

## MATH 253 WORKSHEET

The final answers to questions from lab-sheets 1 to 6.

### Sheet 1

1) b

2) b

3) e

4) a

5) b

6) e

7)  $\sqrt{1-x^4}$

8)  $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

9)  $\frac{x^x(\ln(x)+1)}{1+(x^x)^2} + 2 \frac{e^{\arcsin(2x)}}{\sqrt{1-4x^2}}$

10)  $7 \frac{x^6(\sin(x))^3}{(x-2)^5 \arctan(2x)} + 3 \frac{x^7(\sin(x))^2 \cos(x)}{(x-2)^5 \arctan(2x)} - 5 \frac{x^7(\sin(x))^3}{(x-2)^6 \arctan(2x)} - 2 \frac{x^7(\sin(x))^3}{(x-2)^5 (\arctan(2x))^2 (1+4x^2)}$

11)  $\frac{1}{3} \ln(3 \sin(x) - 2) + C$

12)  $\frac{1}{2} \ln(2e^x + 1) + C.$

### Sheet 2

1) a

2) e

3) b

4) d

5) b

6) c

7)  $\frac{\cos(x)+\cosh(x)}{\cosh(x)\cos(x)}$

8)  $\sinh^{-1}(x)$

9)  $-1/5 (\sin(x))^2 (\cos(x))^3 - 2/15 (\cos(x))^3 + C$

10)  $-1/2 \csc^2(x) + C$

11)  $\phi(1)$

12)  $I_{n+1} = \frac{2-1}{2n} I_n \Rightarrow I_n = \frac{(2n-3)(2n-5)\dots\times 3\times 1}{(2n-2)(2n-4)\dots\times 4\times 2} (\pi/2)$ ; the last part:  $\pi/4$ .

### Sheet 3

1)  $\frac{x+2}{\sqrt{x^2+4x+5}} + C$

2)  $-1/4 \frac{x(-4+x)(x-2)}{(4x-x^2)^{3/2}} + C$

3)  $x - 5 \ln(x + 2) + C$

4)  $\pi$

5)  $1/27 (2 - 6x + 9x^2) e^{3x} + C$

6)  $-\frac{(1+x \ln(a))a^{-x}}{(\ln(a))^2} + C$

7)  $1/3 \frac{\sqrt{x^2+1}(-1+2x^2)}{x^3} + C$

8)  $-\ln(1 + \sqrt{4 - x^2}) + C.$

### Sheet 4

1) a

2) d

3) e

4) a

5)  $-\ln(1 + x) + x^{-1} - 1/2 x^{-2} + \ln(x) + C$

6)  $1/9 \ln(x - 3) + 1/3 x^{-1} - 1/9 \ln(x) + C$

7)  $-1/2 \ln(1 + x) + 1/2 \ln(x + 2) - 1/6 \ln(x + 3) + 1/6 \ln(x) + C$

8)  $-1/2 (e^x - 2)^{-1} - 1/4 \ln(e^x - 2) + 1/4 \ln(e^x) + C$

9)  $1/2 (-1 + \cos(x))^{-1} - 1/4 \ln(1 + \cos(x)) + 1/4 \ln(-1 + \cos(x)) + C$

10)  $2 (1 + \tan(1/2 x))^{-1} + \ln(\tan(1/2 x)) + C.$

## Sheet 5

- 1) b
- 2) e
- 3) Diverges
- 4) Diverges
- 5)  $1/4$
- 6) Diverges
- 7) Converges
- 8) Converges.

## Sheet 6

- 1) a
- 2) e
- 3)  $1/27(22^{3/2} - 13^{3/2})$
- 4)  $1/27(22^{3/2} - 13^{3/2})$
- 5)  $117\pi/5$
- 6)  $108\pi/5$
- 7)  $2\pi \left(-1 + 1/4 \sqrt{2}\pi\right)$
- 8)  $8\pi$ .